

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Математика; информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная, очно-заочная, заочная

Год начала подготовки - **2024**

Карачаевск, 2024

КОМПЕТЕНЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Избранные вопросы теории чисел»

Коды компетенции	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
ПК-1	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета) ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные

ТЕСТОВЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ИНДИКАТОРОВ
ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

№ задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА НА ДОПОЛНЕНИЕ			
1		Допишите утверждение. Последняя цифра в десятичном представлении числа 473^{1971} равна:..	ПК-1
2		Допишите утверждение. Наибольшее целое число, дающее при делении на 13 частное 17, равно ...	ПК-1
3		Допишите утверждение. Все простые числа отрезка $[100, 110]$:...	ПК-1
4		Допишите утверждение. Если делимое и частное, соответственно равны 42157 и 231, то делитель и остаток, соответственно равны ...	ПК-1
ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА СВОБОДНОГО ИЗЛОЖЕНИЯ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ			
5		Запишите развернутый ответ решения задачи. Пусть $\bar{a}$ – класс вычетов по модулю m , содержащий число a . При каком m в кольце $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ возможно равенство $\bar{2} - \bar{3} = \bar{5}$?	ПК-1
6		Запишите развернутый ответ решения задачи. Найти все целочисленные решения уравнения $13x + 29y = 19$.	ПК-1
7		Запишите развернутый ответ решения задачи. Разность двух нечетных чисел равна 2^m . Доказать, что эти числа взаимно простые.	ПК-1
8		Запишите развернутый ответ решения задачи. Найти натуральное число, которое, делится точно на два различных простых числа, если число его натуральных делителей равно 6, и их сумма 8.	ПК-1
ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ			

9		Постройте последовательность целых чисел в порядке возрастания значений функции Эйлера: 1: $\varphi(1)$ 2: $\varphi(12)$ 3: $\varphi(9)$ 4: $\varphi(13)$ Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо	ПК-1
10		Расположите сравнения по возрастанию количества их решений. 1. Сравнение $51x \equiv 141 \pmod{234}$ 2. Сравнение $78x \equiv 30 \pmod{198}$ 3. Сравнение $5x \equiv 7 \pmod{8}$ Запишите соответствующую последовательность правильности порядка условий в виде цифр слева направо.	ПК-1
11		Запишите последовательность сравнений в порядке возрастания их степеней (если есть сравнение, не имеющее степени, то оно находится последним). 1: $21x^3 + 17x + 30 \equiv 0 \pmod{7}$ 2: $9x^3 + 2x^2 - x + 1 \equiv 0 \pmod{3}$ 3: $2x^3 - 3x + 4 \equiv 0 \pmod{5}$ 4: $16x^5 + 13x^4 - 3x^3 - x + 3 \equiv 0 \pmod{4}$ 5: $28x^2 + 7x + 14 \equiv 0 \pmod{7}$ Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо.	ПК-1
12		Установите последовательность сравнений таким образом, чтобы сначала шло сравнение первой степени, затем двучленное сравнение и двучленное показательное сравнение 1. $37x^{15} \equiv 62 \pmod{73}$ 2. $12x \equiv 9 \pmod{18}$ 3. $12x \equiv 9 \pmod{3}$ 4. $2^x \equiv 7 \pmod{67}$ Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо	ПК-1
13		Постройте возрастающую последовательность целых чисел, где $[x]$ - целая часть числа x имеет вид: 1: $\left[-3\frac{1}{2}\right]$ 2: $[-2,3]$ 3: $\left[\frac{4}{5}\right]$ 4: $[2,8]$ 5: $\left[\sqrt[4]{200}\right]$	ПК-1

		Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо																																							
ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ																																									
14		Установите соответствие между системами вычетов <table><tr><td>А</td><td>{19, 23, 25, -19}</td><td>1</td><td colspan="2">Приведенная система вычетов по модулю m=12</td></tr><tr><td>Б</td><td>{11, -1, 17, -19}</td><td>2</td><td colspan="2">Приведенная система вычетов по модулю m=8</td></tr><tr><td>В</td><td>{13, -13, 29, -9}</td><td>3</td><td colspan="2">Приведенная система вычетов по модулю m=10</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>				А	{19, 23, 25, -19}	1	Приведенная система вычетов по модулю m=12		Б	{11, -1, 17, -19}	2	Приведенная система вычетов по модулю m=8		В	{13, -13, 29, -9}	3	Приведенная система вычетов по модулю m=10		А	Б	В				ПК-1														
А	{19, 23, 25, -19}	1	Приведенная система вычетов по модулю m=12																																						
Б	{11, -1, 17, -19}	2	Приведенная система вычетов по модулю m=8																																						
В	{13, -13, 29, -9}	3	Приведенная система вычетов по модулю m=10																																						
А	Б	В																																							
15		Установите соответствие между парами: делимое и делитель и их неполное частное и остаток: <table><tr><td>А</td><td>1207 и 151</td><td>1</td><td colspan="2">7 и 150</td></tr><tr><td>Б</td><td>10 и 10</td><td>2</td><td colspan="2">1 и 0</td></tr><tr><td>В</td><td>100 и 101</td><td>3</td><td colspan="2">0 и 100</td></tr><tr><td>Г</td><td>-4 и 3</td><td>4</td><td colspan="2">-2 и 2</td></tr><tr><td>Д</td><td></td><td>5</td><td colspan="2">-1 и -1</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>				А	1207 и 151	1	7 и 150		Б	10 и 10	2	1 и 0		В	100 и 101	3	0 и 100		Г	-4 и 3	4	-2 и 2		Д		5	-1 и -1		А	Б	В	Г	Д						ПК-1
А	1207 и 151	1	7 и 150																																						
Б	10 и 10	2	1 и 0																																						
В	100 и 101	3	0 и 100																																						
Г	-4 и 3	4	-2 и 2																																						
Д		5	-1 и -1																																						
А	Б	В	Г	Д																																					
16		Установите соответствие между системами вычетов по модулю 5 <table><tr><td>А</td><td>Полная система наименьших неотрицательных вычетов.</td><td>1</td><td colspan="2">{0, 1, 2, 3, 4}</td></tr><tr><td>Б</td><td>Полная система наименьших положительных вычетов.</td><td>2</td><td colspan="2">{1, 2, 3, 4, 5}</td></tr><tr><td>В</td><td>Полная система абсолютно наименьших вычетов.</td><td>3</td><td colspan="2">{-2, -1, 0, 1, 2}</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>				А	Полная система наименьших неотрицательных вычетов.	1	{0, 1, 2, 3, 4}		Б	Полная система наименьших положительных вычетов.	2	{1, 2, 3, 4, 5}		В	Полная система абсолютно наименьших вычетов.	3	{-2, -1, 0, 1, 2}		А	Б	В				ПК-1														
А	Полная система наименьших неотрицательных вычетов.	1	{0, 1, 2, 3, 4}																																						
Б	Полная система наименьших положительных вычетов.	2	{1, 2, 3, 4, 5}																																						
В	Полная система абсолютно наименьших вычетов.	3	{-2, -1, 0, 1, 2}																																						
А	Б	В																																							
17		Установите соответствие между функциями и их значениями. <table><tr><td>А</td><td>12</td><td>1</td><td colspan="2">$\tau(60)$, где $\tau(n)$ – число всех натуральных делителей n.</td></tr><tr><td>Б</td><td>168</td><td>2</td><td colspan="2">$\sigma(60)$, где $\sigma(n)$ – сумма всех натуральных делителей n.</td></tr><tr><td>В</td><td>60</td><td>3</td><td colspan="2">$E(60)$, где $E(n)$ – целая часть n.</td></tr><tr><td>Г</td><td>16</td><td>4</td><td colspan="2">$\varphi(60)$, где $\varphi(n)$ – количество натуральных чисел, не превосходящих n и взаимно – простых с n.</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>				А	12	1	$\tau(60)$, где $\tau(n)$ – число всех натуральных делителей n .		Б	168	2	$\sigma(60)$, где $\sigma(n)$ – сумма всех натуральных делителей n .		В	60	3	$E(60)$, где $E(n)$ – целая часть n .		Г	16	4	$\varphi(60)$, где $\varphi(n)$ – количество натуральных чисел, не превосходящих n и взаимно – простых с n .		А	Б	В	Г					ПК-1							
А	12	1	$\tau(60)$, где $\tau(n)$ – число всех натуральных делителей n .																																						
Б	168	2	$\sigma(60)$, где $\sigma(n)$ – сумма всех натуральных делителей n .																																						
В	60	3	$E(60)$, где $E(n)$ – целая часть n .																																						
Г	16	4	$\varphi(60)$, где $\varphi(n)$ – количество натуральных чисел, не превосходящих n и взаимно – простых с n .																																						
А	Б	В	Г																																						

18		Установите соответствие между следующими утверждениями согласно критерию Эйлера о символе Лежандра: <table><tr><td>А</td><td>$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1(\text{mod } p)$</td><td>1</td><td>$\left(\frac{a}{p}\right) = 1$</td></tr><tr><td>Б</td><td>$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1(\text{mod } p)$</td><td>2</td><td>$\left(\frac{a}{p}\right) = -1$</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	А	$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1(\text{mod } p)$	1	$\left(\frac{a}{p}\right) = 1$	Б	$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1(\text{mod } p)$	2	$\left(\frac{a}{p}\right) = -1$	А	Б			ПК-1
А	$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1(\text{mod } p)$	1	$\left(\frac{a}{p}\right) = 1$												
Б	$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1(\text{mod } p)$	2	$\left(\frac{a}{p}\right) = -1$												
А	Б														
19		Установите соответствие между действительными числами и цепными дробями, в которые они обращаются. А. [5; 4, 3, 2, 3] $\frac{539}{103}$ Б. [2; (4)] 1. $\frac{539}{103}$ В. [5; (1, 3)] 2. $\sqrt{5}$ Г. [2; 1, 3, 4, 2] 3. $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$ Д. [9] 4. $\frac{105}{38}$ 5. - Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	Б	В	Г	Д						ПК-1		
А	Б	В	Г	Д											
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ ОДНОГО ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА															
20		Выберите правильный ответ Число первообразных корней по простому модулю p равно: 1. $p-1$ 2. $\varphi(p+1)$, где φ – функция Эйлера 3. $\varphi(p-1)$, где φ – функция Эйлера 4. $\varphi(p)$, где φ – функция Эйлера	ПК-1												
21		Выберите правильный ответ Если g – первообразный корень по простому модулю p и $a \equiv g^k \pmod{p}$, то k называют 1. индексом числа a по модулю p 2. порядком числа a по модулю p 3. первообразным корнем по модулю p	ПК-1												
22	2	Выберите правильный ответ. Сравнение $15 \cdot 7^{2x} \equiv 8 \cdot 3^{3x} \pmod{31}$ равносильно сравнению 1. $\text{ind} 15 + 2x \cdot \text{ind} 7 \equiv \text{ind} 8 + 3x \cdot \text{ind} 3 \pmod{31}$	ПК-1												

		2. $\text{ind}15 + 2x \cdot \text{ind}7 \equiv \text{ind}8 + 3x \cdot \text{ind}3 \pmod{30}$ 3. $15 + 2x \cdot \text{ind}7 \equiv 8 + 3x \cdot \text{ind}3 \pmod{30}$ 4. $\text{ind}15 + \text{ind}2 \cdot x \cdot \text{ind}7 \equiv \text{ind}8 + \text{ind}3 \cdot x \cdot \text{ind}3 \pmod{30}$ 5. $\text{ind}15 + \text{ind}2 \cdot x \cdot \text{ind}7 \equiv \text{ind}8 + \text{ind}3 \cdot x \cdot \text{ind}3 \pmod{30}$	
23		Выберите правильный ответ. Пусть p – простое число. Тогда сравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n \equiv 0 \pmod{n}$ имеет 1. не более n различных решений 2. не менее n различных решений 3. точно n различных решений	ПК-1
24		Выберите правильный ответ. Число $\frac{539}{103}$ раскладывается в непрерывную дробь вида 1. $[5; 4, 3, 2, 3]$ 2. $[5; 4, 3, 2, 3, 1]$ 3. $[5; 4, 7, 2, 3, 1]$ 4. $[5; 4, 7, 2, 3, 1, 0]$	ПК-1
25		Выберите правильный ответ. Для определения: квадратичным вычетом или невычетом является 3 по модулю 5 нужно исследовать сравнение: 1. $x^2 \equiv 3 \pmod{5}$ 2. $x^2 \equiv 5 \pmod{3}$ 3. $x^3 \equiv 3 \pmod{5}$ 4. $x \equiv 3 \pmod{5}$	ПК-1
26		Выберите правильный ответ. Наименьшим положительным вычетом в классе решений системы сравнений $\begin{cases} x + 3y \equiv 5 \\ 4x \equiv 5 \end{cases} \pmod{7}$ является... 1. 3 2. 5 3. 1	ПК-1
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ НЕСКОЛЬКИХ ПРАВИЛЬНЫХ ОТВЕТОВ			
27		Выберите правильные ответы. Сравнение первой степени с одним неизвестным можно решить следующими способами: 1. Перебором вычетов из ПСВ по данному модулю 2. С помощью теоремы Эйлера 3. С помощью цепных дробей 4. С помощью индексов 5. С помощью первообразных корней	ПК-1
28		Выберите правильные ответы.	ПК-1

		<i>Сравнение</i> $2x^8 + 6x^7 - x^6 + 2x^5 + 3x^4 - x^3 + 4x^2 + 8x - 1 \equiv 0 \pmod{5}$ <i>равносильно сравнению :</i> $5x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 10x - 1 \equiv 0 \pmod{5}$ $3x^2 - 1 \equiv 0 \pmod{5}$ $x \equiv 0 \pmod{5}$ $x \equiv 1 \pmod{5}$	
29		Выберите правильные ответы. Какие из следующих чисел являются алгебраическими: $\frac{3}{5}$ $2\frac{1}{2}$ $\sqrt{3}$ $2 - \sqrt{2}$ $1 - 2i$ $3^{\sqrt{2}}$	ПК-1
30		Выберите правильные ответы. Двулучное сравнение $15x^4 \equiv 17 \pmod{23}$ имеет решением $x \equiv 10 \pmod{23}$ $x \equiv 13 \pmod{23}$ $x \equiv 14 \pmod{23}$ $x \equiv 5 \pmod{23}$	ПК-1
31		Выберите правильные ответы. Основными свойствами индексов являются: $\text{ind } a + \text{ind } b \equiv \text{ind } ab \pmod{p-1}$ $\text{ind } \frac{a}{b} \equiv \text{ind } a - \text{ind } b \pmod{p-1}$ $\text{ind } 1 \equiv 0 \pmod{p-1}$ $\text{ind } a \cdot \text{ind } b \equiv \text{ind } ab \pmod{p-1}$ $\text{ind } a + \text{ind } b \equiv \text{ind } (a + b) \pmod{p-1}$	ПК-1
32		Выберите правильные ответы. Сравнимость чисел а и b по модулю m равносильна - делимости a-b на m - равноостаточности их при делении на m - нахождению их в одном классе вычетов по модулю m - тому, что их НОК равен m - тому, что их НОД равен m - возможности представления a в виде $a = b + mt$, где t- целое число.	ПК-1